

Modélisation et Recherche Opérationnelle, RÉSEAUX D'ECARTS

25 mai 2004

A un réseau $R = (X, U, c)$ où circule un flôt f , on associe un réseau d'écart $R' = (X, U', c')$ défini par :

U' contient 2 fois plus d'éléments que U , à $u = (x, y) \in U$ correspond 2 arcs : $u^+ = (x, y) \in U'$ et $u^- = (y, x) \in U'$ avec $c'(u^+) = c(u) - f(u)$ et $c'(u^-) = f(u)$

1 Recherche d'un flôt maximum

1.1

Adapter l'algorithme de Ford-Fulkerson pour obtenir le flôt maximum dans un réseau d'écarts. Justifier les modifications.

1.2

Programmer cet algorithme et le tester sur un exemple judicieusement choisi. Commenter.

2 Recherche d'un flôt maximum à coût minimum

Si chaque arc de U a un coût unitaire $l(u)$, le coût de transport de la quantité $f(u)$ circulant sur u est $f(u) * l(u)$. Le coût total de transport pour le flôt f sur le réseau R est

$$l(f) = \sum_{u \in U} f(u) * l(u)$$

Sur le réseau d'écart $R' : \forall u \in U, l'(u^+) = l(u)$ et $l'(u^-) = -l(u)$.

Pour construire un algorithme donnant le flôt maximum à coût minimum, il existe 2 stratégies qui utilisent le réseau d'écarts :

2.1 Méthode du chemin amplificateur de flôt

Le chemin amplificateur C de s à p est constitué d'arcs de capacités > 0 , n'empruntant pas l'arc de retour. Sa longueur $l(C)$ est égale à la somme des coûts unitaires des arcs qui le composent.

Montrer qu'en combinant l'algorithme modifié de Ford-Fulkerson et un algorithme de plus court chemin, il est possible d'obtenir un algorithme donnant le flût cherché.

2.2 Méthode du circuit réducteur de coût

Un circuit réducteur est constitué d'arcs de capacités > 0 , dont la longueur est négative et n'empruntant pas l'arcs de retour.

Montrer qu'en partant d'un flût maximum obtenu par l'algorithme de Ford-Fulkerson de coût quelconque, il est possible en utilisant des circuits réducteurs d'obtenir le résultat.

Programmer au moins un des 2 algorithmes, le (ou les) tester sur exemple intéressant. Commenter.